

קוד התבוננה המרחבית

אביigail צברי וברטה טסלר

The Code of Spatial Intelligence

Avigaiel Tzabary and Bertha Tesler

כתביה: אביגיל צברי, ברטה טסלר

הוצאת הספרים של מכון מופ"ת

עורך ראשי: דודו רוטמן

עורכת אקדמית: בתיה אילון

עורכות טקסט וلغון: תמי בורשטיין, נורית ולק

עורכת תוכן וلغון אחריות: מירב כהן-דר

עורכת גרפית ומעצבת העטיפה: מאיה זמר-סמבול

תמונה העטיפה: shutterstock

מסת"ב: 7-965-530-168-978

© כל הזכויות שמורות למכון מופ"ת, תשפ"ב/2022

טל': <http://www.mofet.macam.ac.il> 03-6901406

עשינו כמויבט יכולתנו לאיתר את בעלי הזכויות של כל חומר
ששולב בספר מקורות חיצוניים. אנו מתנצלים על כל
השמטה או טעות. אם יובאו אלה לידעיתנו, נפעל לתקנון
במהדורות הבאות.

דפוס: שיAIM בע"מ

תוכן העניינים

מבוא אביגיל צברי.....	5
פרק 1: תבונה מרחבית אביגיל צברי וברטה טסלר	9
מהי יכולת מרחבית?.....	9
רכבי היכולת המרחבית וכליים לאבחוננה	10
תבונה מרחבית והקשר שלה ליכולת מרחבית	18
חשיבותה של התבונה המרחבית	29
התפתחות התבונה המרחבית - האם אפשר להתרחב?	36
תבונה מרחבית - סקרת כיווני מחקר על פני ציר הזמן	46
מה לתבונה מרחבית ולהתמחות הهمיספרית?	51
הבדלי מגדר ביכולת מרחבית	52
תבונה מרחבית ומחוננות מתמטית	63
תבונה מרחבית בתוכנית הלימודים הבית-ספרית	66
סיכום	69
משימות	70
פתרונות למבחן משימות	80
פרק 2: תפיסה חזותית ברטה טסלר ואביגיל צברי	91
זהורי עצמים	94
קביעת המיקום של עצמים במרחב ותפיסת התלת-ממד	120
הקביעות התפיסתית	136
תהליכי עיבוד מידע מטה-מעלה ומעלה-מטה	139
תאוריות נוספות לתפיסה החזותית	146
סיכום	155
משימות	157
פתרונות למבחן משימות	169
פרק 3: קשיים ברכישת התבונה מרחבית וכליים להתמודדות אביגיל צברי	177
מהו ליקוי חזותי?	177
קשיים בתבונה מרחבית - היקף התופעה והשלכותיה על	
הישגים מתמטיים	178
הסיבות להיווצרותם של קשיים וליקויים ברכישת התבונה מרחבית.....	181

183	קשីים בשלב התפיסה
215	קשីים בשלב האגירה
219	קשីים בשלב ההבעה
238	סיכום
239	משימות
242.....	פרק 4: אשליות אופטיות ברטה טסלר
246.....	סוגים של אשליות אופטיות
313.....	יצוגים מישוריים של צורות גאומטריות מרחביות
321.....	סיכום
322	משימות
333	פתרונות ל מבחור משימות
351	רשימת מקורות
379.....	תקציר באנגלית

מבוא

האם היינו יכולים להבחין ביופיים של השמיים בעת השקיעה, בשעה שבקו האפקט נציגים עננים בצבע אדום לוהט, אילולא ניחנו במערכות הראיה המשוכלת שלנו? האם היינו מצליחים להתפעל מגובהו של מפל מים או מעומקו של קניון, אף על פי שהם יוצרים על רשתית העין שלנו תמונה דו-ממדית, אילולא ניחנו בכושר לראות תלת-ממד? כיצד אנו רואים בעיננו רוחנה אדם אהוב כשאיננו נוכח לידנו? מדוע אנחנו מזוהים, על פניו מסך הטלוויזיה, תМОנות תלת-ממדיות למרקע השטוח? האם שאלות אלה הקשורות לאופן שבו אנו תופסים את המרחב שסבירנו? האם יש לך קשר לידע ולהישגים בגאומטריה של המישור והמרחב? במהלך שנים רבות עבדתי עם תלמידים, מורים למתמטיקה וסטודנטים להוראת המתמטיקה נתקلت בתלמידים ובבוגרים, בගלים שונים וברמות שונות, המתקשימים להתמודד עם בעיות בגאומטריה יותר מכל תחום מתמטי אחר. הם ניצבים בפני בעיה ואינם יודעים כיצד לשרטט תרשימים שיוביל לפתרונה, אין הם רואים את הצורות הגאומטריות המופיעות בשרטוטו נתון ומתקשמים להציג אסטרטגיה שתסייע להם לפתור משימה הקשורה לגאומטריה. לעיתים קרובות הם מנמקים את קשייהם בקשאים בתפיסה המרחבית. אך מהי אותה תפיסה מרחבית? האם היא יכולה מולדת או תוכנה מתפתחת שאפשר לשכללה בעקבות אימון ותרגול? מה הקשר בין תבונה מרחבית לתפיסה חזותית?

בניסיוני להסביר על שאלות אלה חקרתי את הנושא ופיתחת וילמדתי קורס דיסציפליני וקורס DIDACTI בהשתלמויות מורים ובמחלקות אקדמיות להוראה. הידע והຕובנות שרכשתי ממפגשים אלה עזרו בי רצון לשף בהם את אוכלוסיית המרצים למתמטיקה ואת הסטודנטים להוראת מתמטיקה. הרצון שהבשיל הוביל לכתיבתו של הספר קוד התבונה המרחבית. לכתיבת הספר הזמןyi את ברטה טסלר להצטוף אליו, והוא נענתה בחיוב. מטרתו של הספר לנסות ולפתח לקרוא צוהר לעולם כסום זה.

בספר ארבעה פרקים. בפרק הראשון מוגדר המושג תבונה מרחבית, מהם רכיביה, מה חשיבותה במגוון תחומי החיים, ואילו כיווני מחקר התקיימו בענינה. בפרק השני נסקר המושג תפיסה חזותית ומוסברת הזיקה בין ובין התפיסה המרחבית. בפרק השלישי מוצגים קשיים של ילדים ובוגרים ברכישת תבונה מרחבית ומציעות אסטרטגיות לפתרון הקשיים. לקינוח עוסק הפרק הרביעי באשליות אופטיות, דהיינו במצבים שבהם בני אדם תופסים מידע חזותי שלא כמו מכשירי המדידה, מצבים שעשוים להסביר קשיים בתפיסה חזותית של שרטוטים. בפרק זה התמקדנו רק באשליות שיש להן קשר גאומטרי.

בסיומו של כל פרק מופיינות משימות. מומלץ לעשות בהן שימוש להעמקת ההבנה ולתרגול עם סטודנטים להוראה. בסופם של הפרקים אפשר למצוא פתרונות למשימות נבחרות מתוך המשימות השזורות בתחום הפרקים ובסיום. הכתיבה בספר מושתתת על תאוריית וממצאי מחקרים, לצד תובנות שלנו מעבודתנו. בספר אפשר למצוא דוגמאות מהספרות המקצועית וכן דוגמאות שחייבנו אנחנו. משלבים בו תאורייה ומעשה, ידע פדגוגי והצעות לשימוש במסגרת התנסות המعيشית.

חדשנוו של הספר מתבטאת בשילוב של ידע מתוך הספר הפסיכולוגיה, המתמטיקה והוראת המתמטיקה ובישום של כל אלה בדוגמאות מתמטיות. לפיקח הספר מיועד לכל העוסקים בהוראת המתמטיקה: מרצים למתודיקה של הוראת המתמטיקה, מדריכים פדגוגיים, מורים בפועל, סטודנטים ובפרט סטודנטים להוראת המתמטיקה (גם לתארים متאימים), וכן חוקרים בתחוםים המערביים תבונה מרחבית. כמו כן יכולים להפיק תועלת מן הספר גם קוראים אחרים המעוניינים להעמיק את ידיעותיהם בנושא מורתך זה. הספר מתאים למגוון מסלולי ההכשרה הקיימים במוסדות להשכלה גבוהה: מסלול הגיל הרך, מסלול בית הספר הייסודי ומסלול בית הספר העל-יסודי.

אנשי חינוך מייחדים לשיטתה בידע מרוחבי חשיבות מרובה (NCTM, 2000, Olkun, 2003) ולמרות זאת במערכת החינוך אין די משימות המפתחות מיומנות זו (2015 TIMSS). מניתוח מבחני TIMSS בשנת 2015 עולה שהישגים של תלמידים בישראל בתחוםים מרוחביים חלשים יחסית להישגים בתחוםים מתמטיים אחרים (מחלוף ואח', 2016). כן מתברר שהמורים בישראל מרגישים שモוכנותם ללמד נושאים הקשורים לידע מרוחבי נמוכה מモוכנותם למד תחומיים מתמטיים אחרים (נחיאס וזובסקי, 2009), נתון שהשתפר במחני 2011 TIMSS. עם זאת, מומחים בתחום מדוחים כי היכולת המרחבית נרכשת ואיינה אינטואיטיבית בלבד, ואפשר לפתח ולשפר אותה במהלך החיים (צברי וקובל, 2007; Mohler, 2007; Hoffer, 1977). הדוגמאות המוצגות בספר עוסקות בתכנים מתמטיים ופדגוגיים השייכים לפיתוח יכולת מרוחבית וידע מרוחבי, במילויו נוכחות חשיבה הדורשות לפעולות מתמטיות בנושאים מרוחביים, בהיבטים הפיזיולוגיים, הפסיכולוגיים וההתפתחותיים הקשורים בלמידת ידע מרוחבי ובקשישים העולים מההוראה. מתוך כך אנחנו מקותה שהספר והדוגמאות שבו יקנו נקודת מבט חדשנית על יכולת מרוחבית ועל ידע מרוחבי ויתרמו לפיתוח מקצועיע של מורים ומתמחים להוראת מתמטיקה.

אבייגיל

תודות

הכhiba בדואט הייתה מורכבת לנו הכותבות, כפי הנראה מהיות הכתיבה עניין אישי. והנה הגענו לברך על המוגמר. ליוו אותנו בדרך הרבה אנשים טובים ומקצועיים שסייעו להשלמת המלאכה, וברצוננו להזכיר להם תודה:

תודה למיכן מופת שאפשר לנו את הוצאתו לאור של ספר זה; תודה לד"ר בתיה אילון, העורכת האקדמית, ולד"ר יהודית שטיימן, שליוו אותנו בתחלת הדרכ ותרמו מתובנותיהן לתהילך; תודה מיוחדת לד"ר דודו רוטמן, העורך הראשי וראש הוצאה הספרים, על הכוונה מקצועית ומיומנת ועל יחס וקשב שהוביל לסיום הפקת הספר; תודה לקוראים האנרגיים שהארותיהם תרמו לדיקוק הספר ולהשבחתו; תודה לעורכות הטקסט והלשון של הספר, נורית ולק ותמי ברושטיין; תודה מיוחדת למירב כהן-דר, עורכת לשון ותוכן אחראית, שעריכתה המקצועית, היסודית והמקפדת היטיבה מאוד עם הספר; תודה למאיה זמר סמבול, העורכת הגרפית, שליוותה בשוםiscal וידע את עיצוב הספר והאיורים הרבים שבו; תודה לחני שושטרி, רכזת ההוצאה, על מאור הפנים והנקונות לסיע. כמו כן, תודה לסטודנטים המרוביים שהתמודדו עם המרחב הובייה אותנו לכתיבת הספר.

אBIGAIL וברטה

ונוסף על אלה ברצוני להודות ליוסי בעלי ולמשפחתי היקרים לי מכול, שהקיפו אותי בסביבה אהבת ומחבקת המותרת לא פעם על נוכחותי; וכן להורי האהובים שרה ושמואל כהן-אביiali ז"ל, שהאמינו תמיד ביכולתי, גידלוני בסביבה השואפת להעמק ולהתפתח, ונטעו בי את האהבה בספרים.

אBIGAIL