

עיון ומחקר בחינוך מתמטי בגיל הרך

כתבו וערכו: דינה חסידוב ואמאל שריף-רסלאן



בית ספר למחקר ולפיתוח תכניות
בהכשרת עובדי חינוך והוראה במכללות (ע"ר)

Review and Research in Mathematics Education in Early Childhood

Writing and Editing: *Dina Hassidov and Amal Sharif-Rasslan*

כתיבה ועריכה (בסדר אלפביתי): דינה חסידוב ואמאל שריף-רסלאן

הוצאת הספרים של מכון מופ"ת:

עורכת ראשית: תמי ישראלי

עורכות אקדמיות: בלה יעבץ ויהודית שטיימן

עורך לשון ותוכן: שמוליק אבידר

עורכת לשון ותוכן אחראית: מירב כהן-דר

עורכת גרפית ומעצבת העטיפה: מאיה זמר סמבול

הציורים בשער הם פרי יצירתם של ארבעה ילדים בני 3-8.
התייחסות הילדים לציורים (בשפה מתמטית) מופיעה בדף האחרון.

חברי הוועדה האקדמית של הוצאת הספרים:

פרימה אלבז-לוביש, אילנה אלקד-להמן, חנוך בן-פזי, יעל דר, יורם הרפז,
נצה מובשוביץ-הדר, אייל נווה, יעל פישר, שי פרוגל, יהודית שטיימן

מסת"ב: 3-223-530-965-978

© כל הזכויות לתמונות וליצירות שמורות ליוצרים

© כל הזכויות שמורות למכון מופ"ת, תשפ"ד/2023

טל': 03-6901428 <http://www.mofet.macam.ac.il>

דפוס: דפוס הניצחון

תודות

אנו חייבות תודות רבות לאנשים יקרים ולגופים שתמכו בנו ואפשרו לנו לכתוב את הספר הזה.

תודה גדולה לבני המשפחה של עורכות הספר, משפחתה של דינה חסידוב ומשפחתה של אמאל שריף-רסלאן, על שתמכו בנו ועודדו אותנו במהלך כתיבתו. תודה למכללה האקדמית הערבית לחינוך בישראל ולמכללה האקדמית לחינוך תלפיות שבחולון על התמיכה הכספית בהוצאת הספר.

תודה גדולה למכון מופ"ת: לד"ר תמי ישראלי, העורכת הראשית וראש הוצאת הספרים, על הליווי והתמיכה; לד"ר דודו רוטמן, ראש הוצאת הספרים היוצא, על האמון והסיוע במהלך הוצאת הספר; לד"ר יהודית שטיימן, העורכת האקדמית, על האמון והליווי בתחילת דרכנו בכתיבת הספר; לד"ר בלה יעבץ, על העריכה המדעית של הספר; לשמוליק אבידר, עורך הלשון והטקסט, על העריכה המקצועית והקפדנית של הספר; למירב כהן-דר, עורכת הלשון האחראית, על הליווי בשלבים האחרונים; למאיה זמר סמבול, על העריכה הגרפית ועל עיצוב העטיפה; לחני שושתרי, רכזת הוצאת הספרים, על העזרה והליווי לאורך כל הדרך.

תודה לאלברט יעקוב מהמכללה האקדמית הערבית לחינוך בישראל, על הסיוע בעיצוב ובעימוד של הספר; תודה רבה למעריכים של הספר. תודה רבה לד"ר רנה הרשקוביץ ממכון ויצמן למדע על הליווי המקצועי, ההערות וההארות ברוחב לב לאורך כל הדרך.

ספר זה הוא תוצר של שיתוף פעולה בין-לאומי בין כותבים מישראל לכותבים מרחבי העולם, בעלי שם בין-לאומי ומהמובילים בעולם בתחום המחקר בחינוך מתמטי בגיל הרך. פרקים 2, 3 ו-9 נכתבו באנגלית, וכותביהם הסכימו לפרסם אותם בספר זה כדי לקדם את המחקר בתחום. עורכות הספר, ד"ר דינה חסידוב וד"ר אמאל שריף-רסלאן, תרגמו את הפרקים האלה מאנגלית לעברית והתאימו לקורא הישראלי מושגים ומונחים דיסציפלינריים המופיעים בהם. תודה מיוחדת לכל הכותבים; אנו בטוחות שכתבתם תתרום רבות לקידום המחקר בתחום החינוך המתמטי בגיל הרך.

תוכן עניינים

7הקדמה | דינה חסידוב

9פתח דבר | דינה חסידוב, אמאל שריף-רסלאן

שער ראשון: מספרים - קוגניציה ומטה-קוגניציה

פרק 1: הדדיות בין התפתחות מושג המספר וחשיבה כמותית בגיל הרך לבין חשיבה כמותית אוניברסלית | אמאל שריף-רסלאן 15

פרק 2: יישום תהליכים מטה-קוגניטיביים בקרב ילדים צעירים במגוון מטלות מספריות מאתגרות | אנה קלרה ונטורה, פלוויה סנטמריה, נורה שויר 37

שער שני: גאומטריה - הוראה, למידה וחשיבה

פרק 3: לימוד והוראת גאומטריה בגיל הרך בעזרת משאבים טכנולוגיים | דאגלס ה' קלמנטס, ג'ולי סאראמה, קנדס ג'סוויק 71

פרק 4: חשיבה חזותית ושפה חזותית בגיל הרך - תוכנית אגם | צביה מרקוביץ, רנה הרשקוביץ, שרמן רוזנפלד, לאה אילני, בת שבע אלון 102

שער שלישי: קוגניציה וחשיבה

פרק 5: הסברים ומסבירים בכיתות ב' | רנה הרשקוביץ, אברהם הרכבי 127

פרק 6: הפמת "לכל" והיסקים לוגיים בגיל הרך | אמאל שריף-רסלאן 143

פרק 7: האם ילדי גן יכולים להתמקד ספונטנית במבנים מתמטיים? | טל שריר, זמירה מברך 163

שער רביעי: ידע של גננות, מורים ופרחי הוראה

פרק 8: תפיסת מושגי היחס ($<$, $>$, $=$) בקרב גננות ובקרב מתכשרים להוראה בחינוך הקדם-יסודי - היבט מספרי והיבט כמותי | בת שבע אילני, דינה חסידוב 181

פרק 9: מסלולים לחשיבה מתמטית מוקדמת בגן הילדים - תוכנית המודעות המתמטית לדגמים ולמבנה | ג'ואן מאליוגן 200

פרק 10: מה דומה, מה שונה - גננות מיישמות ומנתחות מטלות הערכה
מתמטיות | דינה תירוש, פסיה צמיר, רותי ברקאי, אסתר לוינסון..... 214

שער חמישי: הכשרת גננות, מורים ופרחי הוראה

פרק 11: מנחות למתמטיקה, גננות ומה שביניהן - פיתוח ידע מתמטי
ודידקטי של גננות באמצעות שיתופי פעולה בין לבין המנחות |
דינה חסידוב, בת שבע אילני..... 237

פרק 12: חקירת ידע תוכן מתמטי וידע פדגוגי-תוכני של סטודנטים
הלומדים במסלול להוראת הגיל הרך במכללה לדוברי ערבית |
ג'והינה עוואדה-שחברי..... 261

על הכותבים..... 287

תיאור הציורים שבשער הספר..... 295

הקדמה

דינה חסידוב

זכות גדולה נפלה בחלקנו לערוך את הספר עיון ומחקר בחינוך מתמטי בגיל הרך, ואנו שמחות לשתף אתכם הקוראים בתכנים שכתבו מיטב החוקרים בארץ ובעולם העוסקים בתחום זה.

במאמרו מ-2011 "Generating curiosity in mathematics learning" תוהה צ'רלי גילדרדייל: איך יוצרים ומעודדים סקרנות ללמוד מתמטיקה בכלל ובגיל הרך בפרט? מורים למוזיקה קוראים לתלמידים להקשיב ולהשתתף; מורים לאנגלית ולהיסטוריה מזמינים את התלמידים לטייל בעולמות אחרים; מורים לאומנות ולדרמה מציעים לתלמידים הזדמנויות לחקור. הספר שבידיכם מתמודד עם השאלה: מה אנחנו, מורים למתמטיקה וחוקרים בתחום החינוך המתמטי בגיל הרך, מציעים לעוסקים בתחום חשוב זה? שערי הספר מנסים לספק מענה לשאלה זו, והפרקים השונים עוסקים במגוון רחב של סוגיות ונושאים מרכזיים הנמצאים בבסיס הלמידה וההוראה של מתמטיקה בגיל הרך.

חינוך מתמטי איכותי בגיל הרך מוביל להבנה מעמיקה יותר ולהישגים טובים יותר במתמטיקה בהמשך. אולם מהו חינוך מתמטי איכותי בגיל הרך, ומה נדרש כדי ליישמו באופן מיטבי? בספר זה הכותבים מציעים תובנות מחקריות בנושאים המרכזיים אשר מבטאים את המשמעות של "חינוך מתמטי איכותי בגיל הרך". הכותבים עוסקים ביכולות המתמטיות של ילדים צעירים ומנסים לבחון סוגיות קוגניטיביות אשר אופייניות לגיל הרך. ילדים צעירים מפתחים הבנה מתמטית רחבה ומגוונת, והם מסוגלים ללמוד בעצמם מתמטיקה ברמה גבוהה יותר מזו אשר מניחים כי הם מסוגלים לה. חינוך מתמטי בגיל הרך נע בין משחק וחקר של ילדים לבין תוכניות לימודים מובנות והוראה מכוונת. אם ההיבטים האלה יהיו שזורים יחדיו, הילדים יוכלו להפיק את המיטב מהלמידה ומהסיטואציה החינוכית שהם חווים. מורים המתמחים בהוראה לגיל הרך מזמנים את המיטב לילדים ומעודדים עיסוק בהיבטים דיסציפלינריים ופדגוגיים. הספר שלפניכם מרחיב את היריעה ופותח שערים נוספים לדיון, להבנה ולחשיבה על המהות ועל המשמעות של החינוך המתמטי בגיל הרך.

פתח דבר

דינה חסידוב, אמאל שריף-רסלאן

מתמטיקה היא תחום דעת חשוב ועיקרי - בחשיבה המדעית, בחיי היום-יום, בהיבט הפרקטי והתקשורתי ובפיתוח חשיבה ברמה גבוהה. העיסוק במתמטיקה מתחיל ביום לידתו של הילד. ילדים הם אזרחי המחר; על מנת לספק לאזרחי המחר תשתיות קוגניטיביות מבוססות יש לעודד ולטפח עיסוק במתמטיקה כבר בגיל הרך. שנים אלה נחשבות לשנות ההבטחה בפיתוח החשיבה בכלל ובפיתוח חשיבה מתמטית בפרט.

חינוך מתמטי בגיל הרך הוא תחום דעת חשוב העוסק בנושאים שעניינם כמות, מרחב וחיי היום-יום. לשם כך פותחו תאוריות מתמטיות המגבשות את הידע הבסיסי והקוריקולרי המתאים לילדים בגיל הרך. כמו כן פותחו חומרי למידה מתאימים, והוכשרו אנשי הוראה העוסקים בחינוך מתמטי בגיל הרך. העיסוק בחינוך מתמטי בגיל הרך מלווה במחקר מדעי. עשרים ושלושה חוקרים מהארץ ומהעולם בתחום החינוך המתמטי בגיל הרך הסכימו לפרסם בספר זה מאמרים מקוריים וחדשניים שלהם. בספר חמישה שערים, ובאלה מוצגים מאמרים מגוונים המשקפים מגוון תחומי מחקר: מספרים - קוגניציה ומטה-קוגניציה; גאומטריה - הוראה, למידה וחשיבה; קוגניציה וחשיבה; ידע של גננות, מורים ופרחי הוראה; הכשרת גננות, מורים ופרחי הוראה. המאמרים משקפים את תחומי המחקר הרלוונטיים לתחום הדעת "מתמטיקה בגיל הרך". הספר מיועד לאנשי אקדמיה, לחוקרים, לעוסקים בחינוך מתמטי בגיל הרך ולמתעניינים בתחום זה.

השער הראשון, "מספרים - קוגניציה ומטה-קוגניציה", כולל שני פרקים. את הפרק הראשון בספר כתבה ד"ר אמאל שריף-רסלאן, והוא עוסק בקשר שבין ההתפתחות ההיסטורית של מושג המספר לבין התפתחות מושג זה בקרב ילדים בגיל הרך. האם לבני אדם יש יכולת מספרית מולדת? האם לבעלי חיים יש יכולת מספרית? ואם כן, מהו ההבדל בינה לבין היכולת המספרית של בני האדם? בפרק זה מוצג מודל המאפשר הבנה של התפתחות החשיבה הכמותית מהפרט אל הכלל ולהפך. את הפרק השני בספר כתבו ד"ר אנה קלרה ונטורה, פרופ' פלוויה

סנטמריה וד"ר נורה שויר. פרק זה עוסק בהתפתחות מושג המספר בשנות החיים הראשונות של הילד, ונבחנת בו הטענה שהתפתחות זו מצריכה תפיסה מטה-קוגניטיבית. הפרק מציג את התהליכים המטה-קוגניטיביים הרבים אשר ילדים צעירים יכולים להשתמש בהם בעת חשיבה ותקשורת מספרית.

גם **השער השני**, "גאומטריה - הוראה, למידה וחשיבה", כולל שני פרקים. את הפרק השלישי בספר כתבו פרופ' דאגלס ה' קלמנטס, פרופ' ג'ולי סאראמה וד"ר קנדס ג'סוויק. פרק זה עוסק בבחינה של סביבות כיתתיות ממוחשבות המקדמות גישה של פתרון בעיות; בבדיקת היתרונות של התפתחות מושגים ותהליכים מתמטיים (כמו למשל הנמקה, קישורים, פתרון בעיות, תקשורת וייצוגים); ובתרומת המחשבים לתלמידים בנושאים דוגמת המעבר מחשיבה נאיבית לחשיבה אמפירית ולוגית, העלאת השערות ובדיקתן. את הפרק הרביעי בספר כתבו פרופ' צביה מרקוביץ, ד"ר רנה הרשקוביץ, ד"ר שרמן רוזנפלד, לאה אילני ופרופ' בת שבע אלון. פרק זה עוסק בתוכנית אגם לטיפוח חשיבה חזותית בקרב ילדים צעירים. התוכנית נבנתה בהתאם לחזונו של האומן יעקב אגם אשר מאמין כי יש לפתח חשיבה חזותית כבר בגיל צעיר. בתוכנית הילדים נחשפים למושגים חזותיים בסיסיים (צורות גאומטריות יסודיות, מושגי יסוד מתמטיים ומדעיים) ומתקדמים (סימטריה, יחס ופרופורציה, אינטואיציה, ממדים, אומדן חזותי). יכולות אלו נחשבות לאבני היסוד של החשיבה החזותית, חשיבה שהיא מתמטית ומדעית. מפרק זה עולה שבקרב הילדים אשר למדו לפי תוכנית אגם, יכולות החשיבה החזותית - בסביבה רגילה ובסביבה מורכבת - הן גבוהות.

השער השלישי, "קוגניציה וחשיבה", כולל שלושה פרקים. בפרק החמישי שכתבו ד"ר רנה הרשקוביץ ופרופ' אברהם הרכבי, נבדקת היכולת של תלמידים להסביר את פתרונותיהם, ומתוארים מאפייני ההסברים של התלמידים. נוסף על כך נבדקים גורמים אפשריים אשר עשויים להשפיע על מתן הסברים (או אי-מתן הסברים) של תלמידים. בפרק השישי שכתבה ד"ר אמאל שריף-רסלאן, נדון הקשר שבין "פְּמָתִים" לבין היסקים לוגיים בגיל הרך. כותבת הפרק רואה בשפה הטבעית בסיס לתקשורת בין אנשים. הבנת הקשר שבין השפה הטבעית, השפה המתמטית ועיסוקם של ילדים בכמתים ובהיסקים לוגיים מוסיפה נדבך חשוב לחינוך המתמטי בגיל הרך. הבנה זו מדגישה את חשיבות העיסוק בכמתים ובהיסקים לוגיים ואת היותו חלק משמעותי בחינוך המתמטי, וזאת תוך כדי מעורבות של הורים, גננות ומורים בתהליך. הפרק דן בכמה סוגיות: קבלת החלטות בעת התמודדות עם היסקים לוגיים, מאפיינים של הנמקות ילדים בגיל

הרך והקשר בין קבלת החלטות לבין היסקים לוגיים בקרב ילדים. את הפרק השביעי כתבו טל שריר ופרופ' זמירה מברך. בפרק זה החוקרות בוחנות אם ילדים המגלים נטייה ספונטנית להתמקד בכמויות, נוטים לעשות זאת רק במשימות "ביצועיות"; ואם ילדים בגיל הגן יכולים להתמקד ספונטנית לא רק בכמויות המוצגות באופן אקראי, אלא גם במבנים מתמטיים מורכבים למדי. מהמחקר המוצג עולה שיותר ממחצית מהילדים הצעירים נוטים להגיב ספונטנית להיבטים המתמטיים של פריטים אשר מוצגים להם באקראי או במבנה כפלי. נטייה זו מתבטאת במשימות ביצועיות יותר מאשר במשימות מילוליות (באלו הפריטים משובצים בתמונות נוף או בתמונות המתארות את סביבתם הטבעית של הילדים). המחקר הראה כי ילדים שהם בעלי נטייה ספונטנית להתמקד בכמויות ובמבנים מתמטיים, מגלים הבנה מתמטית טובה יותר מאשר ילדים הנוטים פחות להתמקד ספונטנית במבנה כפלי ובסדרות חשבוניות. כמו כן נמצא קשר בין משתנים אלה לבין השכלת האם.

השער הרביעי, "ידע של גננות, מורים ופרחי הוראה", כולל שלושה פרקים. את הפרק השמיני בספר כתבו ד"ר בת שבע אילני וד"ר דינה חסידוב, והוא עוסק בתפיסת מושגי היחס המספרי (=, >, <) בקרב גננות ופרחי הוראה לגיל הרך. הפרק עוסק בשאלות האלה: כיצד ובאיזה אופן פרחי הוראה וגננות תופסים ומשתמשים בסימני היחס (=, >, <) בין מספרים ופעולות? מה הם ההבדלים בין פרחי הוראה לגננות באופן התפיסה והשימוש בסימני היחס בהקשר של השפה הטבעית? פרק זה מדגיש שבדומה לכל שפה, לשפה המתמטית יש חוקים וסימנים המאפשרים לה להתקיים: מספרים, סימני פעולה, סימני יחס וכן הלאה, ויש לחזק את הבנת הנקודה הזו בקרב העוסקים בהוראת מתמטיקה. בפרק התשיעי שכתבה פרופ' ג'ואן מאליון, מתואר פרויקט אשר נערך באוסטרליה. בפרק זה מוצגים ניסויים המסייעים לילדים צעירים לפתח מודעות לזיהוי דגמים ומבנים מתמטיים (AMPS: Awareness of Mathematical Pattern and Structure). כמו כן נסקרים בפרק מסלולי למידה של תוכנית העוסקת במודעות מתמטית לדגמים ולמבנים, וזאת תוך כדי התמקדות בשתי דוגמאות לייצוגים שהציעו ילדים לבנייה של רשתות (grids) ולוחות מאה. את הפרק העשירי בספר כתבו פרופ' דינה תירוש, פרופ' פסיה צמיר, פרופ' רותי ברקאי ופרופ' אסתר לוינסון. פרק זה בוחן ומאפיין את היישום והניתוח של פעילויות מתמטיות בגן הילדים. הפרק מתאר מחקר שהתבסס על שני רכיבים עיקריים בעבודת הגננת: ידע תוכן וידע פדגוגי-תוכני של הגננת; ותחושת המסוגלות

העצמית שלה במתמטיקה. כותבות הפרק הציגו לגננות פעילויות של הערכת ידע בתחום המספרי ופעילויות בתחום הגאומטרי, ולאחר מכן הנחו אותן באשר לדרך היישום של הפעילויות בעבודה עם הילדים בגן. מהלך זה התקיים כחלק מהשתלמות ופיתוח מקצועי של גננות בנושא הוראת המתמטיקה בגן הילדים. התהליך המוצג בפרק מדגיש את הדומה ואת השונה בין פעילויות שמטרתן הערכת ידע לבין פעילויות שמטרתן קידום ידע.

השער החמישי, "הכשרת גננות, מורים ופרחי הוראה", כולל שני פרקים. בפרק האחד-עשר שכתבו ד"ר דינה חסידוב וד"ר בת שבע אילני, נבחנים ההתפתחות המקצועית וקידום הידע המתמטי בקרב מנחות למתמטיקה בגיל הרך ובקרב גננות. הפרק מתאר את תוכנית ההכשרה של המנחות, את תרומתה לקידום הידע במתמטיקה של המנחות והגננות ואת שיתופי הפעולה בין הגננות לבין המנחות תוך כדי פעילות משותפת. בפרק מתוארת עמדתן של המנחות באשר להוראת מתמטיקה בגן הילדים, מוצגת תרומתן של המנחות לקידום הידע המתמטי והמקצועי של הגננות באמצעות דיגום (modeling), ומאופיינים שיתופי הפעולה המקצועיים בין המנחות לבין הגננות. את הפרק השנים-עשר בספר כתבה פרופ' ג'והינה עוואדה-שחברי. בפרק זה מוצג מחקר אשר בדק אם הכשרת מורים להוראת חשבון והנדסה בכיתות א'-ב' במסגרת מסלול החינוך לגיל הרך במכללות לדוברי ערבית מקנה ללומדים ידע תוכן מתמטי וידע פדגוגי-תוכני אשר רלוונטיים לנלמד בכיתות היסוד.